$$\mathbb{R}^3 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \xrightarrow{\pi_2} \mathbb{R}$$
$$(x_1, x_2, x_3) \longmapsto x_2$$

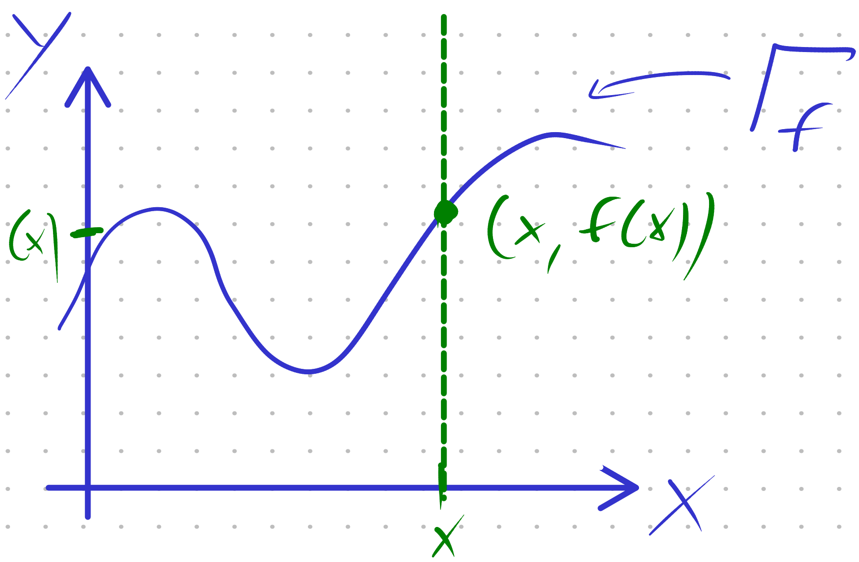
<u>Beweis:</u> Definiere

$$\phi : \mathrm{Abb}(\{1, \dots, n\}, X) \longrightarrow X^n$$
$$f \longmapsto (f(1), f(2), \dots, f(n))$$

$$\mathrm{Abb}(\{1, \dots, n\}, X) \longleftarrow X^n$$
$$\begin{pmatrix} \{1, \dots, n\} \longrightarrow X \\ i \longmapsto x_i \end{pmatrix} \longleftarrow\!\shortmid (x_1, \dots, x_n)$$

Prüfe: $\phi \circ \psi = \mathrm{id}_{X^n}$

$\psi \circ \phi = \mathrm{id}_{\mathrm{Abb}(\{1, \dots, n\}, X)}$ $\square$



$X = \mathbb{R}$

	(a)	(b)	(c)
$x \sim y \;:\Leftrightarrow$	$x \leq y$	$x^2 = y^2$	$x \cdot y = 1$
reflexiv:	$x \leq x$	$x^2 = x^2$	$2 \cdot 2 \neq 1$
symmetrisch:	$2 \leq 3$ aber $3 \not\leq 2$	✓	$x \cdot y = 1 \Rightarrow y \cdot x = 1$
transitiv:	$x \leq y$ und $y \leq z \Rightarrow x \overset{?}{\leq} z$	$x^2 = y^2,\ y^2 = z^2 \Rightarrow x^2 = z^2$	$x \cdot y = 1,\ y \cdot z = 1 \Rightarrow x \cdot z = 1$
			$2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ $\frac{1}{2} \cdot 2 = 1$ $\overset{?}{\Rightarrow} 2 \cdot 2 = 1$

$X = \{$Schüler einer Schule$\}$

$x \sim y \;:\Leftrightarrow$ x und y gehen in dieselbe Klasse

R ✓

S ✓

T ✓

<u>Beweis</u>: Seien $x, y \in X$ so, dass $[x] \cap [y] \neq \emptyset$.

Dann gibt es $z \in X$, für das gilt:

$z \in [x]$, d.h. $z \sim x$

und $z \in [y]$, d.h. $z \sim y$.

(S)

Wegen (S):

$x \sim z$ und $z \sim y$.

Wegen (T): $x \sim y$

und (S): $y \sim x$

<u>Beh.</u>: $[x] = [y]$

($\subset$) Sei $w \in [x]$, dann ist

$w \sim x \sim y$, also $w \sim y$,

d.h. $w \in [y]$.

($\supset$) analog. $\square$

$$\{\text{Schüler}\} \longrightarrow \left\{\begin{array}{ll}\text{Klasse} & 1a\\ \text{Klasse} & 1b\\ \vdots & \\ \text{Klasse} & 4b\end{array}\right\}$$

$$\| \qquad\qquad\qquad\qquad \|$$

$$X \qquad\qquad\qquad\qquad X/\!\sim_R$$

$$x \longmapsto \text{Klasse}(x)$$